

Her er et eksempel og nogle regneøvelser omkring beregning af gennemsnit og spredning. I regneøvelserne får du gradvist mindre og mindre hjælp.

Et par præciseringer: Vi regner på en simpelt tilfældigt udtaget *stikprøve* fra en *population*. Gennemsnittet i stikprøven betegnes  $\bar{x}$ , og det er vores *estimat* for middelværdien  $\mu$  i populationen. Dette kan man tydeliggøre ved at skrive  $\hat{\mu} = \bar{x}$ . På samme måde er spredningen i stikprøven  $s$  estimatet for spredningen i populationen  $\sigma$ . Vi skriver  $\hat{\sigma} = s$ .

## Eksempel

Data (stikprøven) præsenteres på en liste på følgende måde

$$x = \{9; 2; 8; 11; 16; 16; 6; 5; 4; 6\}$$

Start med at bestemme antallet af observationer

$$n = 10$$

og dernæst summen af observationerne (indeks på sumtegnene er udeladt, da der summeres over alle observationer)

$$\sum x = 9 + 2 + 8 + 11 + 16 + 16 + 6 + 5 + 4 + 6 = 83$$

Nu kan du bestemme gennemsnittet i stikprøven

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{83}{10} = 8,3$$

Så beregner du summen af de kvadrerede observationer (kvadratsummen)

$$\sum x^2 = 9^2 + 2^2 + 8^2 + 11^2 + 16^2 + 16^2 + 6^2 + 5^2 + 4^2 + 6^2 = 895$$

så du kan beregne summen af de kvadrerede afvigelser fra gennemsnittet (summen af *afvigelsesernes kvadrater*)

$$\text{SAK}_x = \sum (x_i - \bar{x})^2 = \sum x^2 - \frac{1}{n}(\sum x)^2 = 895 - \frac{83^2}{10} = 206,1$$

Så kan du variansen for  $x$ 'erne i stikprøven

$$\hat{\text{var}}(x) = \frac{\text{SAK}_x}{n-1} = \frac{206,1}{10-1} = 22,9$$

og endelig spredningen (stikprøvestandardafvigelsen)

$$s = \sqrt{\hat{\text{var}}(x)} = \sqrt{22,9} = 4,8$$

## Opgave 1

$$x = \{-5; -8; 8; 27; 0; 18; -6; 26; 3; 38\}$$

$$n = 10$$

$$\sum x = (-5) + (-8) + \dots + 38 = 101$$

$$\sum x^2 = (-5)^2 + (-8)^2 + \dots + 38^2 = 3371$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{101}{10} = 10.1$$

$$\text{SAK}_x = \sum x^2 - \frac{1}{n}(\sum x)^2 = 3371 - \frac{101^2}{10} = 3371 - 1020.1 = 2350.9$$

$$\hat{\text{vâr}}(x) = \frac{\text{SAK}_x}{n-1} = \frac{2350.9}{9} = 261.21$$

$$s = \sqrt{\hat{\text{vâr}}(x)} = \sqrt{261.21} = 16.16$$

## Opgave 2

$$x = \{20; -9; 36; 25; -7; -5; -2; 31; 36; 19\}$$

$$n = 10, \quad \sum x = 144, \quad \sum x^2 = 5098$$

$$\bar{x} = \frac{144}{10} = 14.4$$

$$\text{SAK}_x = 5098 - \frac{144^2}{10} = 5098 - 2073.6 = 3024.4$$

$$\hat{\text{vâr}}(x) = \frac{3024.4}{9} = 336.04$$

$$s = \sqrt{336.04} = 18.33$$

### Opgave 3

$$x = \{35; -2; 13; 31; 8; 3; 10; 3; 17; -3; 3; 24; 12; 4; -5\}$$

$$n = \quad , \quad \sum x = \quad , \quad \sum x^2 =$$

$$\bar{x} =$$

$$\text{SAK}_x =$$

$$\hat{\text{vâr}}(x) =$$

$$s =$$

### Opgave 4

$$x = \{35; 1; 11; 39; 14; 29; 18; -1; 15; 35; 36; 28; 1; 17; 35; 33\}$$

$$n = \quad , \quad \sum x = \quad , \quad \sum x^2 =$$

$$\bar{x} =$$

$$\text{SAK}_x =$$

$$\hat{\text{vâr}}(x) =$$

$$s =$$